

Propuesta de actividades didácticas de Análisis Matemático I con uso de software matemático

A. Favieri– B. Williner - R. Scorzo

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas – Universidad Nacional de la Matanza
bwilliner@unlam.edu.ar afavieri@unlam.edu.ar rscorzo@unlam.edu.ar

Resumen

Presentamos una propuesta de diseño de actividades didácticas con uso de software matemático para cátedras con cursos muy numerosos. Estas fueron implementadas a través de un taller en la materia Análisis Matemático I del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas (DIIT) de la Universidad Nacional de la Matanza (UNLaM) de la provincia de Buenos Aires de Argentina. Los objetivos de dichas actividades didácticas son que el alumno sea protagonista activo del proceso de aprendizaje y que contribuyan al desarrollo de habilidades matemáticas vinculadas al uso de software. Mostramos el diseño de dicha propuesta, su fundamentación y algunos ejemplos ilustrativos. Sacamos algunas conclusiones relativas a la mejora continua de su diseño, implementación y retroalimentación por parte de los alumnos que hacen de esto un proceso dinámico

Palabras claves

Actividades didácticas, software matemático, habilidades, Análisis Matemático I.

Introducción

Desde el año 2007 docentes de la cátedra de Análisis Matemático I del DIIT hemos estado diseñando e implementando actividades didácticas sobre algunos temas de la asignatura utilizando el software Wolfram Mathematica. Los objetivos de dichas actividades didácticas son que el alumno sea protagonista activo del proceso de aprendizaje y que contribuyan al desarrollo de habilidades

matemáticas vinculadas al uso de software. Las mismas se desarrollan en un espacio institucional denominado **Taller de Informática** ofrecido a todos los cursos de la cátedra que al ser muy numerosos, encontramos en esta modalidad una solución para la implementación de uso de tecnología en el proceso de aprendizaje. Los objetivos del taller son fomentar cambios en la forma de estudiar y hacer matemática universitaria y potenciar espacios complementarios extra-curriculares para lograr que los alumnos tengan mejor aprendizaje matemático y desempeño académico. Este taller es optativo y funciona en diferentes horarios, cubriendo turno mañana, tarde y noche. El espacio físico en el cual se desarrolla es el laboratorio de computación de la Universidad. La resolución de estas actividades didácticas tiene dos instancias una *domiciliaria* y la otra *presencial*. La primera puede hacerse en grupos de dos alumnos por curso, su entrega y aprobación son obligatorias y forman parte de la acreditación de la materia. La segunda instancia es individual, los alumnos asisten a los laboratorios en diferentes turnos y realizan una prueba de selección múltiple que denominaos defensa del trabajo práctico. Todas estas instancias en conjunto forman parte de la acreditación de la asignatura.

Este taller es común a todos los cursos, por lo que consideramos preciso tener un buen diseño de las actividades, que estén en concordancia con los temas desarrollados en las clases teórico-prácticas que se dictan en las aulas. De allí que el objetivo de esta comunicación sea el que enunciamos a continuación.

Objetivo

Mostrar y fundamentar el diseño de actividades didácticas de Análisis Matemático I en función de las habilidades matemáticas vinculadas al uso de software que pretendemos promover.

Fundamentación teórica

Basamos la propuesta didáctica considerando dos aspectos teóricos, el uso de software en la enseñanza de matemática y habilidades matemáticas con uso de software.

Uso de software en la enseñanza en matemática

Consideramos que el uso de software no reemplaza el conocimiento matemático que el alumno debe adquirir a través de la práctica intensa con lápiz y papel, o bien a partir de la lectura de bibliografía específica y de su participación activa en las clases de la asignatura. Sin embargo no podemos desconocer la importancia de la incorporación de esta herramienta para lograr mejores resultados, pensando además que no deseamos automatizar el proceso de aprendizaje ni sustituir la presencia del docente en la clase, sino que éste en el contexto en que desarrollaremos las actividades adquiera otro rol, al igual que el alumno.

Si nos concentramos en el mundo profesional del ingeniero, el requerimiento del uso de estas herramientas es cada vez más frecuente, son cada vez más las empresas que usan software específicos relacionados con aplicaciones en el campo de las ingenierías. (3) (4). Es por dicha razón que es preciso que los alumnos comiencen por aprender herramientas como Excel, Mathematica o Mathlab, de manera de habituarse al uso de estos softwares específicos. El uso de las herramientas tecnológicas tiene sentido si se integran en un contexto académico que deje espacio para las interacciones entre docente y alumnos. Taylor (5), le atribuye tres roles diferentes a la tecnología cuando se aplica en el aula:

- Rol de *tutor*: la computadora se transforma en una especie de docente es decir un alumno busca cierta información y la máquina a través de un tutorial le da una respuesta a su consulta.
- Rol de *herramienta*: a partir del uso de diferentes paquetes que provee la industria del software, el docente selecciona, adopta, los usa y diseña sus actividades aplicándolos.
- Rol de *aprendiz*: es como lo contrario al rol de tutor, el estudiante “le enseña a la máquina” por ejemplo programando alguna secuencia para obtener un resultado.

Habilidades matemáticas y digitales con uso de software

Una habilidad matemática es la capacidad de efectuar o realizar una tarea vinculada a la asignatura en forma eficiente o de actuar adecuadamente frente a una situación con contenido matemático, comprendiendo la tarea que se está realizando. Las habilidades están ligadas al “saber hacer”, y por lo tanto al conocimiento, ya que el “saber hacer” involucra conocer el objeto sobre el que se está actuando (6). Bloom (7) , en el año 1956, propuso una clasificación de las mismas en seis categorías que abarcan desde un orden inferior al superior. La misma ha sido actualizada (8) y las categorías resultantes se expresan mediante los verbos, y son recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar y crear. La integración de las TIC en la vida diaria y escolar obligó a realizar una revisión en dicha clasificación, respetando las mismas categorías pero relacionada con la era digital (9). Cada una de estas categorías tiene verbos relacionados como ser:

- *Recordar*: reconocer, listar, describir, identificar, recuperar, denominar, localizar, encontrar, utilizar viñetas, resaltar, participar redes sociales,

- marcar sitios favoritos, hacer búsquedas en Google.
- *Comprender*: interpretar, resumir, inferir, parafrasear, clasificar, comparar, explicar, ejemplificar, hacer búsquedas avanzadas, hacer registro diario en formato de blog para comunicar las novedades personales o sociales, categorizar, etiquetar, comentar, anotar, suscribir.
- *Aplicar*: usar, implementar, ejecutar programas, cargar programas, jugar, operar, subir archivos a un servidor, compartir, editar.
- *Analizar*: comparar, organizar, atribuir, delinear, encontrar, estructurar, integrar, recombinar, enlazar, validar.
- *Evaluar*: revisar, formular hipótesis, criticar, experimentar, juzgar, probar, detectar, monitorear, comentar en un blog, revisar, publicar, moderar, colaborar, probar.
- *Crear*: diseñar, construir, planear, producir, idear, trazar, elaborar, programar, filmar, animar, hacer entradas en blog, mezclar, participar en un wiki, publicar, transmitir (9).

Es importante destacar que la importancia del estudio de las habilidades en relación con el contenido de la asignatura; lo que provee una mejor información sobre el desarrollo de la misma y los aprendizajes de los conceptos (10).

Diseño de las actividades didácticas

Para el diseño de estas actividades tuvimos en cuenta los siguientes aspectos:

- Temas de la asignatura que se incluirán en las actividades de acuerdo a los tiempos necesarios para evaluarlas e informar a los docentes de

todos los cursos los resultados obtenidos.

- Objetivos de aprendizaje en función de habilidades matemáticas vinculadas al uso del software.
- Los aportes teóricos antes mencionados para establecer habilidades matemáticas con uso de software.

Considerando de estos aspectos diseñamos actividades didácticas compuestas por tres o cuatro ejercicios, de acuerdo a la extensión de cada uno de ellos que abarcan los temas:

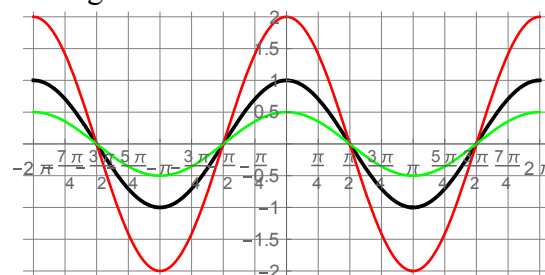
- Identidades trigonométricas e hiperbólicas
- Curvas en forma paramétrica
- Dominio e imagen de funciones
- Raíces, intervalos de positividad y negatividad de funciones
- Transformaciones de funciones
- Asíntotas de funciones
- Discontinuidad de funciones
- Recta tangente y normal a una curva

Algunos ejemplos de actividades didácticas diseñadas

A continuación mostramos tres actividades de las diseñadas durante estos años de desarrollo del taller.

Ejercicio 1

En el gráfico dado a continuación



La curva que está dibujada en color negro corresponde a la función $y = \cos x$ graficada en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

- 1a) Ayudándote con los comandos para graficar del Mathematica, decide ¿qué operaciones matemáticas le harías a $y = \cos x$, para que su gráfico sea el gráfico que está en rojo? ¿Y para que sea el que está en verde?
- 1b) ¿Cuál es el efecto de esa operación matemática al aplicarla a cualquier otra función?

Ejercicio 2

Dada la función

$$y = \begin{cases} 2 \frac{\sin[x+\pi]}{x+\pi} & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{x^3-6x}{x^2+1} & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

Hallar

- Dominio
- Raíces
- Intervalos de positividad y negatividad
- Las ecuaciones de todas sus asíntotas
- Clasificación de las discontinuidades
- Intersección entre las ecuaciones de sus asíntotas y la función (Sugerencia: observar el gráfico de la función junto con sus asíntotas y la respuesta que arroja el programa para indicar cuáles y cuántas son las intersecciones)
- Gráfico completo (función y asíntotas)

Ejercicio 3

Sean las siguientes curvas en forma paramétrica:

$$c_1 = \begin{cases} x = 3t \\ y = 2t + 8 \end{cases} \quad c_2 = \begin{cases} x = 3\sqrt{t} \\ y = 2\sqrt{t} + 8 \end{cases}$$

$$c_3 = \begin{cases} x = 3e^t \\ y = 2e^t + 8 \end{cases} \quad c_4 = \begin{cases} x = 3\sin t \\ y = 2\sin t + 8 \end{cases}$$

Para cada una de ellas, determinar los valores posibles del parámetro t , y de las variables x , y . Luego despejar y en función de x . Luego responder: ¿las cuatro curvas representan la

misma función? A continuación graficar en forma paramétrica las cuatro curvas.

Fundamentación del diseño

Mostramos a continuación la fundamentación del diseño teniendo en cuenta las habilidades matemáticas y digitales que pretendemos promover con las actividades didácticas.

Ejercicio 1

A través de este ejercicio consideramos que estas son las habilidades matemáticas con uso de software involucradas:

- Reconocer funciones de manera gráfica utilizando el software.
- Comparar contracciones y dilataciones verticales en gráficos de funciones coseno a través del uso del software.
- Explorar las contracciones y dilataciones verticales de los gráficos de funciones coseno usando el software.
- Controlar la respuesta obtenida utilizando el comando Plot del software.
- Explorar, mediante el uso del software, las contracciones y dilataciones verticales a cualquier otra función.
- Generalizar las contracciones y dilataciones verticales a cualquier otra función utilizando el software.

Ejercicio 2

En este ejercicio las habilidades matemáticas con uso de software vinculadas son:

- Ejecutar comandos de resolución de ecuaciones para hallar el dominio de la función
- Calcular las raíces de la función usando el software

- Usar comando de resolución de inequaciones para calcular intervalos de positividad y negatividad
- Calcular límites usando el software
- Interpretar las respuestas del software
- Usar simbología matemática adecuadas en las respuestas
- Comparar imágenes de puntos y límites usando el software
- Clasificar las discontinuidades
- Calcular intersecciones de funciones usando el software
- Comparar respuestas analítica del software con el gráfico
- Graficar varias funciones usando el software

Ejercicio 3

Con estas curvas en forma paramétricas pretendemos promover las siguientes habilidades matemáticas con uso de software:

- Identificar parámetro, variable independiente y variable dependiente
- Reconocer curvas paramétricas
- Comparar e interpretar las diferentes parametrizaciones utilizando el software.
- Graficar curvas paramétricas usando el software
- Verificar los resultados obtenidos usando el software.

Resultados obtenidos

A través del diseño de estas actividades hemos logrado promover el desarrollo de varias habilidades matemáticas en contexto de software. Mostramos a continuación un resumen de ellas para los ejemplos mostrados.

Habilidades del nivel *Recordar*

- Reconocer:
 - funciones de manera gráfica utilizando el software
 - curvas paramétricas
- Identificar parámetro, variable independiente y variable dependiente

Habilidades del nivel *Comprender*

- Interpretar:
 - las respuestas del software
 - diferentes parametrizaciones
- Clasificar las discontinuidades

Habilidades del nivel *Aplicar*

- Comparar:
 - respuestas analítica del software con el gráfico
 - contracciones y dilataciones verticales en gráficos de funciones coseno a través del uso del software
 - imágenes de puntos y límites usando el software
 - diferentes parametrizaciones
- Explorar:
 - contracciones y dilataciones verticales de los gráficos de funciones coseno usando el software
 - mediante el uso del software, contracciones y dilataciones verticales a cualquier otra función.
- Graficar:
 - varias funciones usando el software
 - curvas paramétricas usando el software

Habilidades del nivel *Analizar*

- Generalizar contracciones y dilataciones verticales a cualquier otra función utilizando el software.

Habilidades del nivel *Evaluar*

- Controlar la respuesta obtenida utilizando el comando Plot del software
- Verificar los resultados obtenidos usando el software.

Conclusiones

Consideramos que hemos logrado diseñar actividades didácticas enfocadas en el desarrollo de habilidades matemáticas vinculadas al uso de software. Esto nos ayuda a organizar el trabajo en el taller, y a realizar un seguimiento más cercano de los logros de los alumnos, permitiendo intervenir cuando se detectan desviaciones, apuntando a incrementar los niveles de desarrollo de habilidades.

Sobre los niveles cognitivos de habilidades matemáticas vinculadas al uso del software hemos conseguido incluir desde el nivel conocer hasta evaluar (9) (11), teniendo como fin la inclusión de habilidades de orden inferior y de orden superior para incrementar los niveles de abstracción y dificultad. Resumimos las habilidades matemáticas que alcanzamos a incluir en el diseño de las actividades discriminadas por niveles:

Tratamos de abarcar la mayor cantidad de niveles cognitivos posibles con el fin de permitir el desarrollo de habilidades de pensamiento de orden inferior y superior. Centrar el foco en el desarrollo de estas últimas ayuda al alumno a procesar la información, permite el desarrollo de las capacidades intelectuales, favorece la comprensión y la aplicación del conocimiento en situaciones concretas usando el software.

Este diseño no queda aislado de otras instancias educativas, como ser la gestión del taller y la cantidad de alumnos que a él asisten. El conjunto de estas circunstancias hace que el proceso que diseño de las

actividades pensando en el desarrollo de habilidades matemáticas vinculadas al uso del software sea dinámico. La retroalimentación que tenemos de los alumnos del taller la tenemos en cuenta para optimizar el diseño de las mismas, y nos enfrenta con el desafío de pensarlas en función del desarrollo de habilidades matemáticas de orden superior que excedan al uso de software.

Bibliografía

1. Aquí, talleres pedagógicos. Mirabent-Peroso, G. [ed.] MINED. 6, Abri-Mayo de 1900, Revista Pedagógica Cubana, pág. 15.
2. Ander-Egg, E. El taller, una alternativa para la renovación pedagógica. Buenos Aires : Magisterio del Río de la Plata, 1991.
3. Goñi, M., Alsina, C., Dámaso Ávila, P. Goñi, M., Alsina, C. El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI. Barcelona : Grao Barcelona, 2000.
4. Diseño de actividades de matemática con el uso de tecnología. Sosa-Moguel, L., Aparicio-Landa, E., Tuyub-Moreno, J. México : Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., 2008. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 21, págs. 1036-1045.
5. Taylor, R. [En línea] 1980. [Citado el: 10 de 03 de 2016.] <http://www.citejournal.org/vol3/iss2/seminal/article1.cfm>.
6. Actividades de Cálculo Diferencial con computadora: Estudio de Habilidades Matemáticas Desarrolladas. Falsetti, M.; Favieri, A.; Scorzo, R.; Williner, B. 2, 2013, Revista Digital, Matemática, Educación e Internet, Vol. 13.
7. Bloom, B. (Ed.), Engelhart, M., Furst, E., Hill, W., y Krathwohl, D. Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. New York : David McKa, 1956.
8. Anderson, L. (Ed.), Krathwohl, D. (Ed.), Airasian, P., Cruikshank, K., Mayer, R., Pintrich, P., Raths, J., y Wittrock, M. Anderson, L.W. (Ed.), Krathwohl, D.R. (Ed.), Airasian, P.W., Cruikshank, K.A., Mayer, R.E., PintriA taxonomy for learning, teaching,

and assessing: A revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. New York : Longman, 2001.

9. Churches, A. Taxonomía de Bloom para la era digital. Eduteka. [En línea] 2009. [Citado el: 25 de agosto de 2014.] <http://ow.ly/AHLxi>.

10. Estudio sobre habilidades matemáticas para el Cálculo Diferencial en estudiantes de Ingeniería. Falsetti, M., Favieri, A., Scorzo, R. y Williner, B. Chivilcoy : Edumat, 2009.

11. Hernández-Fernández H, Delgado-Rubí J.R., Fernández-de-Alaíza B, Valverde-

Ramírez L, Rodríguez-Hung, T. Cuestiones de didáctica de la Matemática. Rosario : Homo Sapiens Ediciones., 1998.

12. Lacruz-Alcocer, M. Nuevas tecnologías para futuros docentes. Ciudad Real : Editor Universidad de Castilla La Mancha, 2002.

13. Reyes-Gómez, M. El taller en trabajo social. [aut. libro] A.(Ed.) Maya-Betancourt. El taller educativo. ¿Qué es? Fundamentos. Cómo organizarlo y dirigirlo. Cómo evaluarlo. Colombia : Ed. Magisterio., 2007.